

## VII Predavanje

Računanje površina. Računanje zapremine metodom poprečnih profila, pomoću izohipsi, pomoću mreže pravilnih geometrijskih figura i iz digitalnog modela terena. Dijagram izravnjanja zemljanih masa.

Računanje površina i zapremine čini polaznu osnovu u mnogim zadacima vezanim za projektovanje saobraćajnica, kao što su visinska obrada osovine saobraćajnice, proračun zapremine iskopa i nasipa, projektovanje tunela i kanala itd. Danas se računanje površina i zapremine (kubatura) obavlja pomoću odgovarajućih softvera na osnovu podataka dobijenih iz digitalnih modela terena. Da bi se razumjelo kako softver „računa” i da bi se uspješno pripremili ulazni podaci za proračune, odnosno interpretirali dobijeni izlazni podaci, potrebno je znati principe na kojima se ova računica zasniva.

### 7.1 Računanje površina

Površina neke figure može se izračunati na osnovu podataka iz različitih izvora:

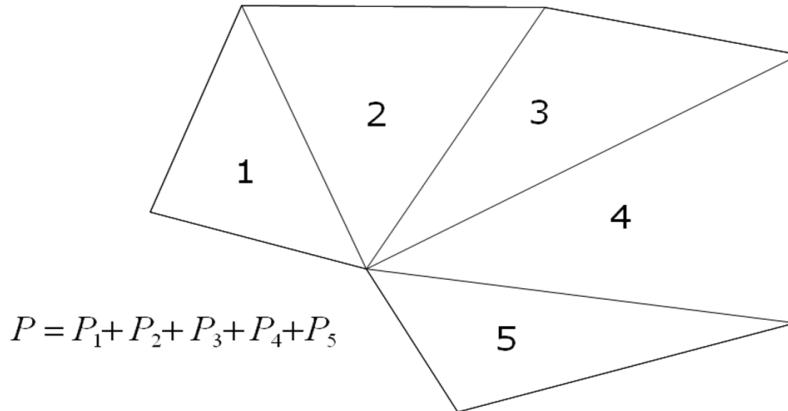
- Na osnovu mjera iz grafičkog sadržaja projekta;
- Na osnovu direktnih terenskih mjerenja.

Tačnost izračunatih površina zavisi od tačnosti ulaznih podataka. Ukoliko se radi o podacima koji se preuzimaju iz projektne dokumentacije (situacioni i topografski planovi, skice i crteži), koji su dati u analognom obliku, tačnost sračunate površine biće u direktnoj funkciji razmjere tih crteža. Grafički podaci u digitalnom obliku, uz pretpostavku da su kartirani na bazi terenskih mjerenja, biće u funkciji tačnosti tih istih mjerenja. Podaci koji su dobijeni kao direktni projektni parametri (dimenzije objekata i sl.) oslobođeni su grešaka.

Svaki poligon se može podijeliti na niz poligona pravilnih geometrijskih figura, čije se površine mogu sračunati na osnovu očitanih rastojanja iz grafičkog sadržaja projektne dokumentacije. Najčešće korišćene figure su trouglovi čije se strane (a, b, c) mogu očitati grafički, a njihove površine sračunati po osnovu Simpsonovog pravila:

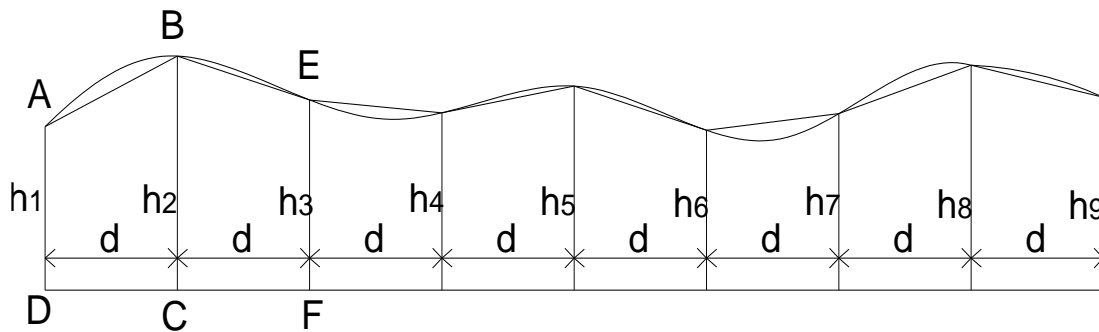
$$P = \sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}, \text{ gdje je } s = (a+b+c)/2$$

Takođe, i drugi geometrijski oblici poput trapeza, romboida, elipsi, krugova, kružnih isječaka, itd. za koje se znaju formule za računanje njihovih površina, mogu se koristiti u računici. Takođe, nepravilne se figure mogu podijeliti na pravilne oblike (Slika 1) kojima se izračunavaju površine pojedinačno a zatim se sumiranjem dobija ukupna površinu.



Slika 1. Podjela nepravilne na pravilne figure

Ukoliko figura za koju se računa površina nema sve stranice definisane kao pravolinijske segmente (Slika 2), već se kao jedna strana pojavljuje konturna linija (potok, put, itd.) tada se može primijeniti i trapezoidno pravilo.



Slika 2. Aproximacija figure za potrebe računanja površine

Površina koja odgovara prvom trapezu se računa po formuli:  $ABCD = \frac{h_1 + h_2}{2} * d$ ,

površina drugog trapeza -  $BEFC = \frac{h_2 + h_3}{2} * d$  i tako redom.

Ukupna površina jednaka je sumi površina trapeza.

$$P = d * \left( \frac{h_1 + h_9}{2} \right) + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7 + h_8$$

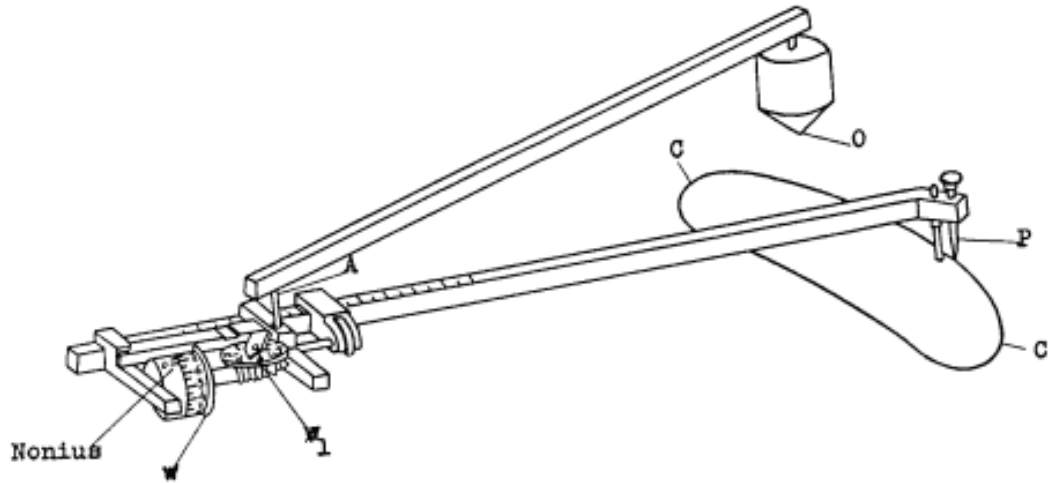
U slučaju da su prva ili poslednja ordinata jednake nuli i one moraju da budu uključene u računicu. Ova formula daje zapravo površinu ograničenu pravim linijama (tetivama konturne linije), pa će rezultat biti blizak istinitoj vrijednosti površine ukoliko su površine ograničene pravim linijama sa jedne i krivom linijom sa druge strane male, a zbir površi koje su iznad, odnosno ispod konturne linije, približno isti.

Na isti način se površina može izračunati i sledećom formulom:

$$P = d * \left[ (h_1 + h_9) + 4(h_2 + h_4 + h_6 + h_8) + 2(h_3 + h_5) \right] / 3$$

Ovo se zove Simpsonovo pravilo. Ukupna površina se dobija kao trećina proizvoda rastojanja između ordinata i sume vrijednosti prve i poslednje ordinate, četverostruke vrijednosti parnih i dvostruke vrijednosti neparnih ordinata. Ova formula daje analitički tačnu vrijednost samo ukoliko bi krive linije od ordinate do ordinate bile parabole. Da bi se primijenilo Simpsonovo pravilo neophodno je da se definiše neparan broj ordinata.

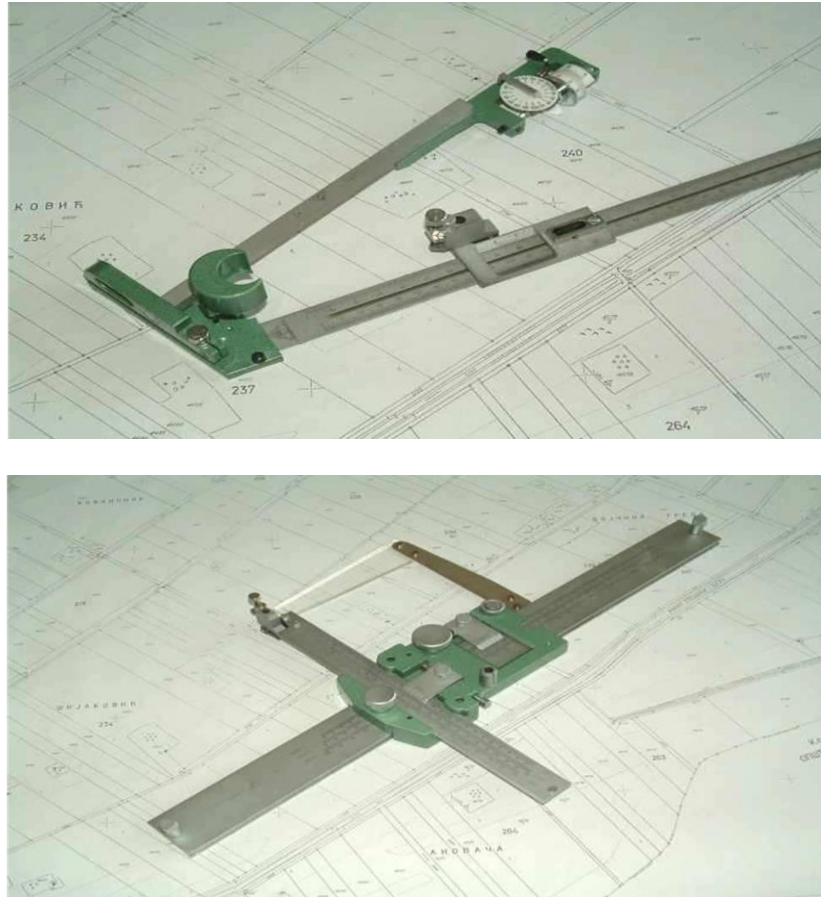
Najčešće primjenjivana metoda računanja površina sa planova je pomoću instrumenta - polarnog planimetra (Slika 3).



Slika 3. Polarni planimetar

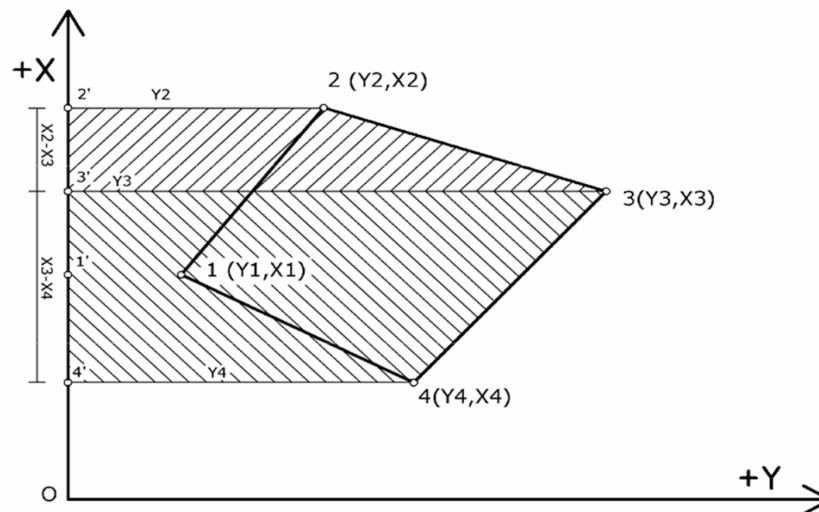
To je instrument koji se sastoji iz dva kraka sa zglobnom vezom koji se kreću nezavisno jedan od drugog. Jedan krak (O) je sa tegom i iglom kojim je ovaj krak vezan za podlogu dok je krak P sa lupom i markicom u sredini i služi za vođenje obilaznog kraka duž linije koja ograničava traženu površ. Prilikom mjerenja potrebno je cijelu graničnu liniju obići sa obilaznim krakom (sa početkom i krajem u istoj tački). Na planimetru postoji točkić M, koji se obrće prilikom kretanja obilaznog kraka sa uređajem koji služi za registrovanjem cijelih točkića i nonijusom na kojem se očitavaju djelovi obrtaja (1/100). Kod planimetara sa fiksiranom dužinom kraka obično jedan pun obrtaj predstavlja  $100\text{m}^2$  na planu, pa se množenjem očitanih obrtaja sa imeniocem razmjere jednostavno može doći do površine. Kod planimetara sa promjenjivom dužinom kraka moguće je podesiti njegovu dužinu u skladu sa razmjerom plana, što omogućava direktno očitavanje izmjerene površine na uređaju za registraciju.

Direktno kartiranje pomoću koordinatografa (polarnih i ortogonalnih – Slika 4) kod izrade planova u analognom obliku nije zahtijevalo da se računaju koordinate snimljenih tačaka. Pomoću ovih instrumenata se na planovima na osnovu izmjerenih uglova i dužina (polarni), odnosno apcisa i ordinata (ortogonalni) direktno kartirao snimljeni detalj.



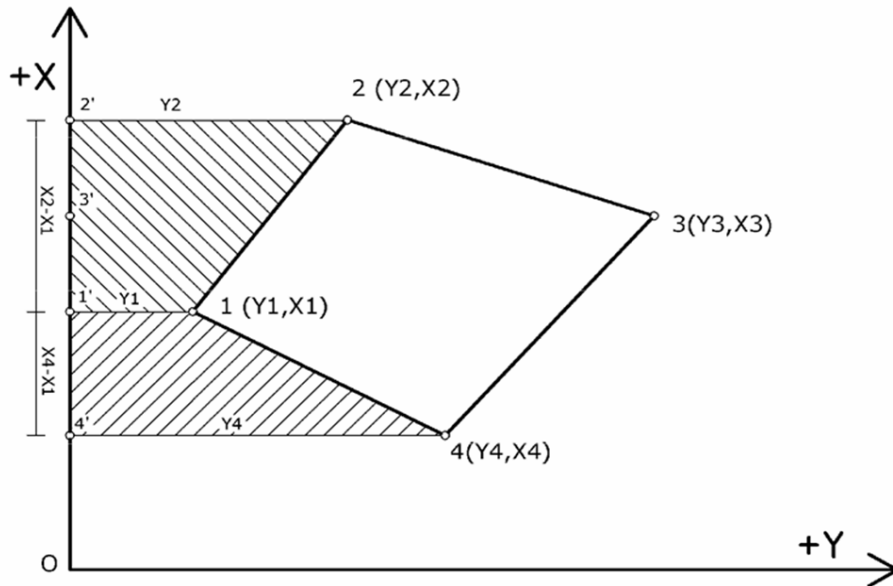
Slika 4. Polarni i ortogonalni koordinatograf

Izrada planova i karata danas se bazira na direktnom kartiranju detalja na osnovu koordinata. Sada se planovi i uopšte sav kartografski materijal radi u digitalnom obliku, što podrazumijeva da su koordinate snimljenih detaljnih tačaka izračunate. Sa slika ispod biće izvedene formule za računanje površina figura na osnovu koordinata tačaka.



Ako se sa T1 označi gornja šrafirana površina a sa T2 donja, na osnovu formula za računanje površina trapeza za njihove vrijednosti se dobija:

$$T_1 = \frac{1}{2}(Y_3 + Y_2)(X_2 - X_3) \quad i \quad T_2 = \frac{1}{2}(Y_4 + Y_3)(X_3 - X_4)$$

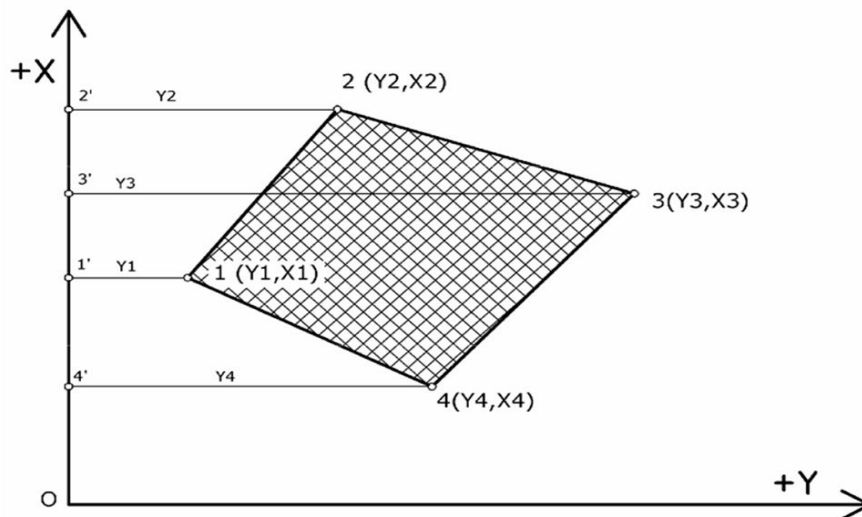


Odgovarajuće šrafirane površine sa ove slike su:

$$T_3 = \frac{1}{2}(Y_1 + Y_2)(X_2 - X_1) \quad i \quad T_4 = \frac{1}{2}(Y_4 + Y_1)(X_1 - X_4)$$

Tražena površina sračunata iz koordinata i ilustrovana na slici ispod na osnovu razlika površina iznosi:

$$P = T_1 + T_2 - (T_3 + T_4)$$



Uopštavanjem ove formule se dobija:

$$2P = [(Y_3 + Y_2)(X_2 - X_3) + (Y_4 + Y_3)(X_3 - X_4)] - [(Y_1 + Y_2)(X_2 - X_1) + (Y_4 + Y_1)(X_1 - X_4)]$$

Odnosno:

$$2P = Y_1(X_4 - X_2) + Y_2(X_1 - X_3) + Y_3(X_2 - X_4) + Y_4(X_3 - X_1)$$

U opštem slučaju:

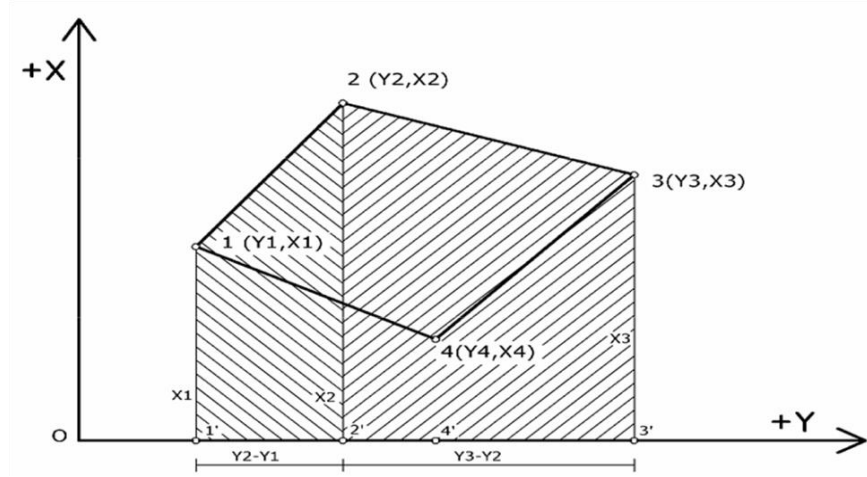
$$2P = \sum_{i=1}^n Y_i (X_{i-1} - X_{i+1})$$

Pa se površina dobija:

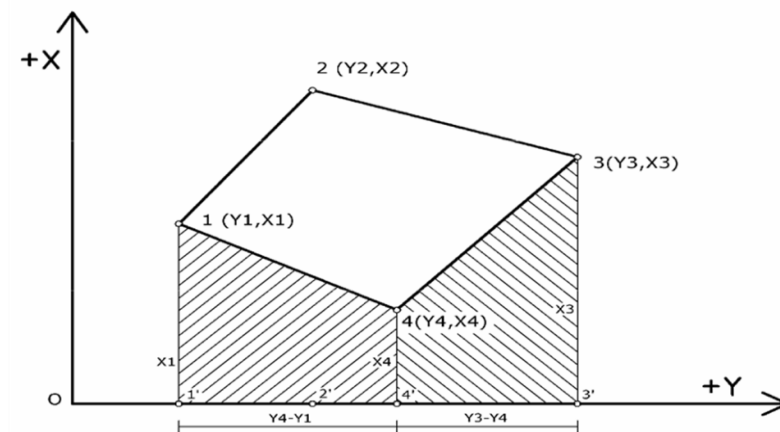
$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Y_i (X_{i-1} - X_{i+1})$$

gdje su  $(y_i, x_i)$  koordinate graničnih tačaka poligona čije se površine računaju.

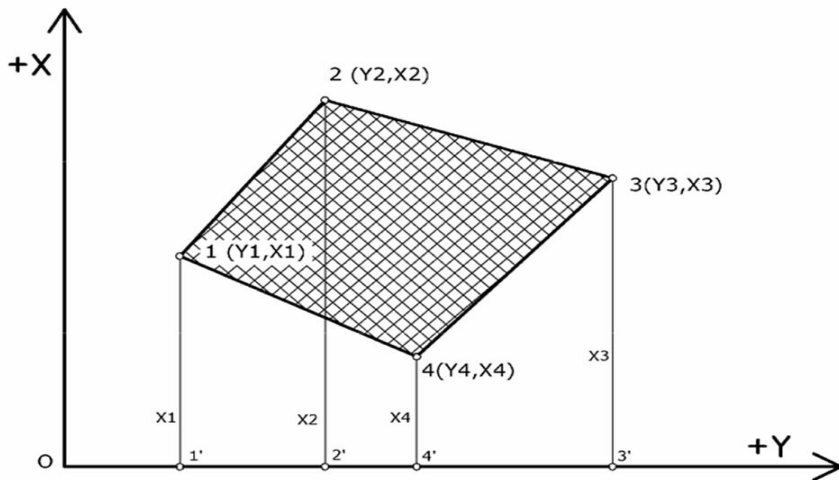
Na isti način se može dobiti i formula za računanje površine u odnosu na projekciju na Y osu.



$$T_1 = \frac{1}{2} (X_1 + X_2)(Y_2 - Y_1) \text{ i } T_2 = \frac{1}{2} (X_2 + X_3)(Y_3 - Y_2)$$



$$T_3 = \frac{1}{2} (X_1 + X_4)(Y_4 - Y_1) \text{ i } T_4 = \frac{1}{2} (X_4 + X_3)(Y_3 - Y_4)$$



Pa je ukupna površina površi:

$$P = T_1 + T_2 - (T_3 + T_4)$$

Uopštavanjem:

$$2P = [(X_1 + X_2)(Y_2 - Y_1) + (X_2 + X_3)(Y_3 - Y_2)] - [(X_1 + X_4)(Y_4 - Y_1) + (X_4 + X_3)(Y_3 - Y_4)]$$

Odnosno:

$$2P = X_1(Y_2 - Y_4) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_4 - Y_2) + X_4(Y_1 - Y_3)$$

U opštem slučaju:

$$2P = \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i-1} - Y_{i+1})$$

Pa se površina dobija:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i-1} - Y_{i+1})$$

gdje su  $(y_i, x_i)$  koordinate graničnih tačaka poligona čije se površine računaju.

Objе formule daju identične rezultate, jedino je bitno da granične tačke budu indeksirane od 1 do n u rastućem nizu u pravcu kretanja kazaljke na satu. Softverski *autocad* alati koji imaju mogućnost da označavanjem poligona automatski izračunaju i njegovu površinu, koriste upravo ove formule.

## 7.2 Računanje zapremina

Izgradnja inženjerskih objekata (zgrade, ulice, putevi, željezničke pruge, aerodromi, mostovi, tuneli, hidrotehničke građevine, električni dalekovodi, žičare, cjevovodi ...) i uređenje prostora oko objekata vezani su za visinsko planiranje zemljišta, što predstavlja sa gledišta geodezije promjenu prirodnog reljefa zemljišta u vještački reljef.

Radovi na planiranju i nivelaciji zemljišta se nazivaju zemljani radovi. Obim i koštanje zemljanih radova se sagledava iz količine iskopanog, prevezenog i nasutog zemljanog materijala. Količina zemljanog materijala pri projektovanju ili građenju računa se različitim negeodetskim i geodetskim metodama.

U negeodetskim metodama zapremina materijala se računa:

- Na osnovu zapremine sanduka kamiona ili vagona u kojima se prevozi materijal;
- Na osnovu metode protoka: materijala na transportnim trakama, itd.

Geodetskim metodama zapremina materijala se računa:

- Na osnovu direktnih podataka snimanja i podataka projekta objekta;
- Na osnovu profila snimljenog reljefa sa ucrtanim izgledom objekta;
- Pomoću situacionog plana (sa izohipsama) i projektovane površi na tom planu;
- Pomoću digitalnog modela terena (DMT).

Na koji način će se računati zavisi od: tražene tačnosti, oblika i količine iskopa i nasipa između projektovane površi nivelacije i površi prirodnog, reljefa zemljišta, opreme i podataka kojima raspolažemo.

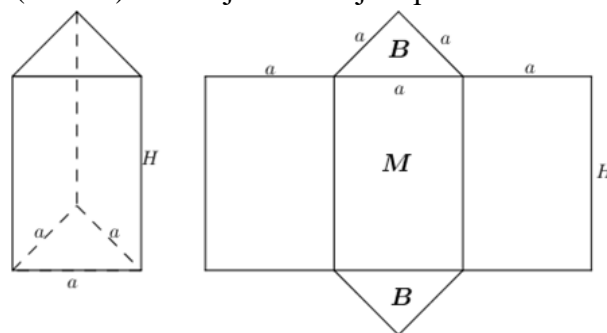
Zapremina zemljanih radova se računa do na 0,1m.

Primjeri računanja zapremine kod raznih projekata:

- Zapremina iskopanog, prevezenog, deponovanog materijala pri građenju: puta, pruge, kanala, temeljne jame, podrumске prostorije;
- Zapremina nasutog materijala kod niskog terena ugroženog podzemnim vodama radi dalje gradnje;
- Zapremina asfaltne mase;
- Zapremina praznog prostora (u koji će se smjestiti određeni materijal);
- Zapremina akumulacije;
- ...

Kod manjih zemljanih radova pravilnih geometrijskih oblika primjenjuju se poznati obrasci iz matematike za računanje zapremine. Potrebno je izmjeriti neophodne veličine geometrijske figure. Temelj objekta može imati oblik kocke, pravougaonog paralelopipeda, valjka, trostrane ili četverostrane prizme, itd. Formule za računanja površina i zapremina nekih osnovnih tijela date su na slikama ispod.

Zapremine prizme (Slika 5) se dobija množenjem površine osnove sa visinom.



$$B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$M = 3aH$$

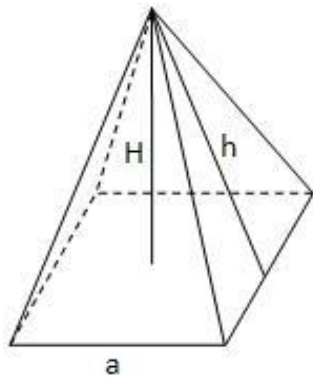
$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3aH$$

$$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} H$$

Slika 5. Računanje površine i zapremine prizme



Zapremina piramide (Slika 6) se dobija kao trećina proizvoda visine i površine osnove:



$$P = B + M = a^2 + 2 \cdot a \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot H = \frac{a^2 \cdot H}{3}$$

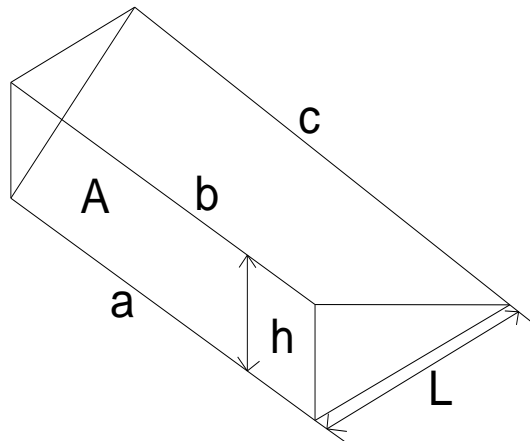
$$B = a^2$$

$$M = 4 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = 2 \cdot a \cdot h$$

Slika 6. Računanje površine i zapremine piramide

Zapremina klina =  $L/6$  \* (zbir paralelnih ivica \* visina osnove) (Slika 7)

$$V = \frac{L}{6} * [(a + b + c) * h], \text{ a u slučaju } a = b = c : V = AL/2$$



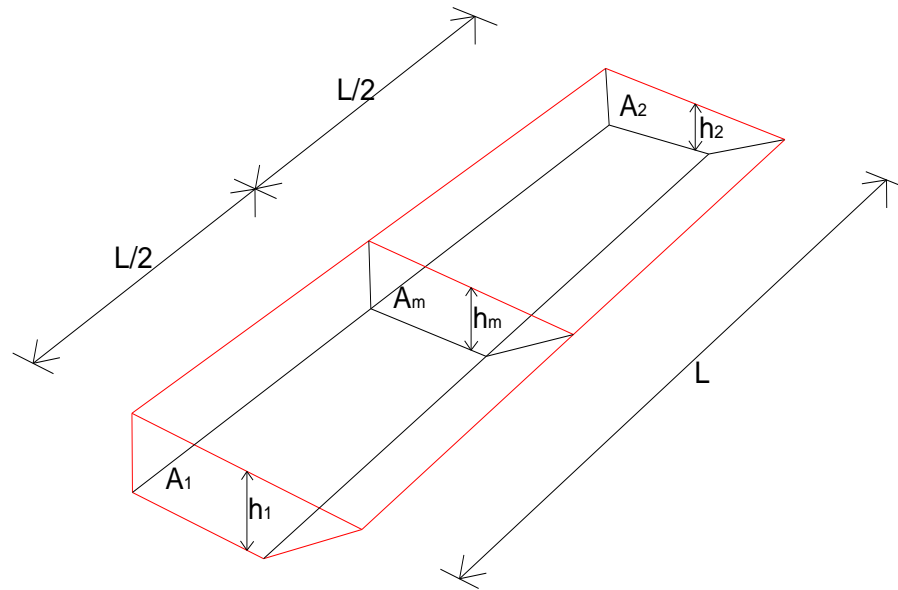
Slika 7. Računanje zapremine klina

Sve navedene formule za računanje zapremina geometrijskih tijela mogu se iskazati zajedničkom formulom (prizmoidalna jednačina):

$$V = \frac{L}{6} * (A_1 + 4A_m + A_2),$$

gdje su  $A_1$  i  $A_2$  granične površi, a  $A_m$  površina presjeka tijela na sredini rastojanja između graničnih površi. Važno je napomenuti da  $A_m$  nije prosta aritmetička sredina graničnih površi, sem u slučaju klina.

Na osnovu ove jednačine može se izračunati zapremina bilo kojeg tijela sa zajedničkom vrijednošću za  $L$ . Takvo tijelo se naziva prizmoid (Slika 8).



Slika 8. Prizmoid

Prizmoidalna jednačina se može uporediti sa Simpsonovom jednačinom za računanje površina, samo što su vrijednosti ordinata zamijenjene površinama presjeka. Prizmoid se razlikuje od prizme po tome što njegove osnove jesu paralelne ali nijesu iste površine.

Ova jednačina daje tačne rezultate kada je tijelo zaista prizmoid. U praksi je potrebno obezbijediti podatke za tri presjeka (profila). Što više srednji profil odstupa od stvarnog profila prizmoida to će greška izračunate zapremine biti veća. Generalno, profili se određuju na istom odstojanju, pa se te greške kompenzuju nu sumi duž trase.

### 7.3 Računanje zapremina na osnovu poprečnih profila

Na osnovu Slike 8 a po metodi poprečnih profila dobija se da je zapremina tijela:

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} * L$$

Ovaj izraz daje tačnu vrijednost zapremine prizmoida samo u slučaju kada je površina srednjeg presjeka jednaka aritmetičkoj sredini krajnjih profila. Ukoliko bi se ova formula primijenila u slučaju klina dobio bi se tačan rezultat, a u slučaju piramide vrijednost uvećana za 50%:

$$V_{piramide} = \frac{A_1 + 0}{2} * L = \frac{AL}{2} \text{ umjesto } \frac{AL}{3}$$

Iako navedeni izraz daje precijenjene rezultate, on ima široku primjenu u praksi, zbog svoje jednostavnosti kao i činjenice da se pretpostavke neophodne za tačan rezultat primjenom prizmoidalne jednačine rijetko ispunjene.

On bi u principu trebao da se koristi samo u slučaju kada se prizmoid sastoji od klinova i prizmi, a to je slučaj kada je visina ili širina susjednih profila približno jednaka.

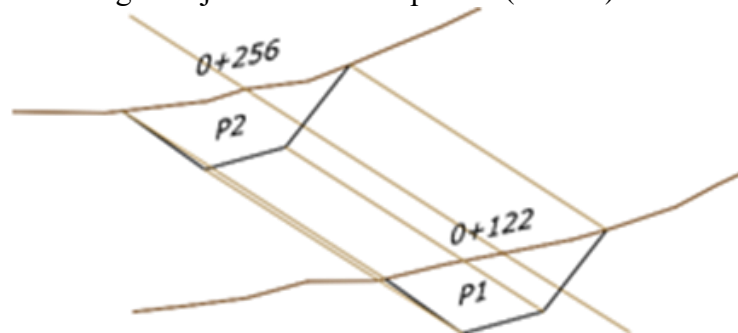
Zanimljivo je napomenuti da u slučaju susjednih profila kod kojih se visina povećava sa smanjenjem širine i obratno, ovaj metod daje realno umanjene vrijednosti zapremine. Razlika između prizmoidalnog i računanja na osnovu krajnjih profila zove se prizmoidalni eksces.

Sumiranje niza profila daje krajnju formulu za računanje zapremine duž trase:

$$V = \left( \frac{A_1 + A_n}{2} + A_2 + A_3 + \dots + A_{n-1} \right) * L$$

Ova formula se naziva trapezoidnim pravilom za računanje zapremine.

U praksi se obično ova formula koristi u dokaznicama čija je ustaljena forma da se za svako rastojanje između dva profila posebno računa kao aritmetička sredina površina na profilima pomnožena odgovarajućom dužinom profila (Slika 9).



Slika 9. Računanje zapremine između dva profila

Na kraju se ukupna zapremina dobija sumiranjem pojedinačnih zapremina između profila. Formule za ovako računanje zapremina je lako napraviti u *excel*-u i primjer jedne od tako napravljenih dokaznica sa količinama za iskop i za tampon, dat je u Tabeli 1.

Dokaznica						
Profil	Stacionaža (m)	Rastojanje (m)	Iskop (m <sup>3</sup> )		Tampon (m <sup>3</sup> )	
PR1	0,00		7,65		3,4	
PR2	10,69	10,69	3,20	57,99	2,84	33,35
PR3	21,37	10,68	1,89	27,18	1,59	23,66
PR4	32,66	11,29	0,30	12,36	1,62	18,12
PR5	43,95	11,29	5,25	31,33	1,62	18,29
PR6	50,26	6,31	8,27	42,66	1,62	10,22
PR7	56,42	6,16	16,69	76,88	1,62	9,98
PR8	67,67	11,25	16,04	184,11	1,62	18,23

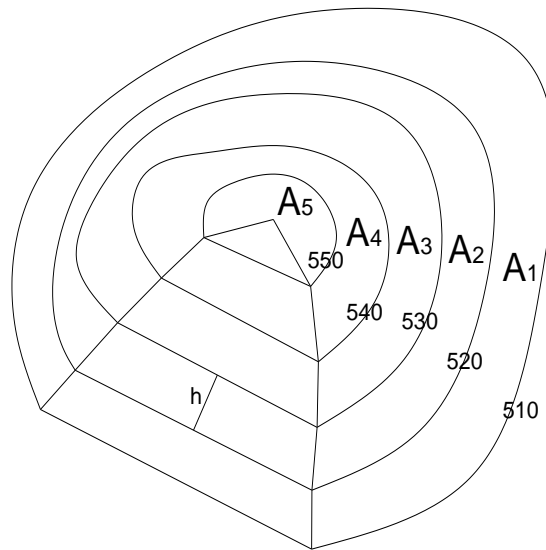
**432,50 m<sup>3</sup> 131,85 m<sup>3</sup>**

Tabela 1. Dokaznica za iskop materijala

Danas i pored mogućnosti automatskog računanja zapremine po metodi poprečnih profila su dokaznice neophodan dio elaborata i obavezno se predaju ovjerene kao dokaz o količini iskopanih ili ugrađenih materijala. Površine poprečnih profila se očitavaju automatski iz raznih programa za njihovo generisanje i one se ili pojedinačno računaju ili očitavaju u *autocad*-u.

#### 7.4 Računanje zapremina na osnovu izohipsi

Zapremine se mogu izračunati i na osnovu izohipsi modifikacijom bilo prizmoidalne metode ili jednačine na osnovu profila. Površine presjeka su u ovom slučaju samo zamijenjene površinama koje su obuhvaćene izohipsama (Slika 10).



Slika 10. Računanje zapremine iz izohipsi

Ove površine ograničene konturom izohipse moguće je odrediti planimetrom (u slučaju analognih crteža) ili analitički u slučaju digitalnih podloga. Razmak između izohipsi ima vrijednost ekvidistance (na slici vrijednost  $h$ ). Ovaj metod se obično koristi kod računanja zapremine vodenih akumulacija, iskopanog materijala itd.

$$V = A_n * \frac{\Delta h_1}{3} * h * \left( \frac{A_1 + A_2}{2} + \frac{A_2 + A_3}{2} + \dots + \frac{A_{n-1} + A_n}{2} \right)$$

Gdje je:  $A_n$  – površina unutar poslednje izohipse a  $\Delta h_1$  visinska razlika između najvišojie tačke i kote te izohipse.

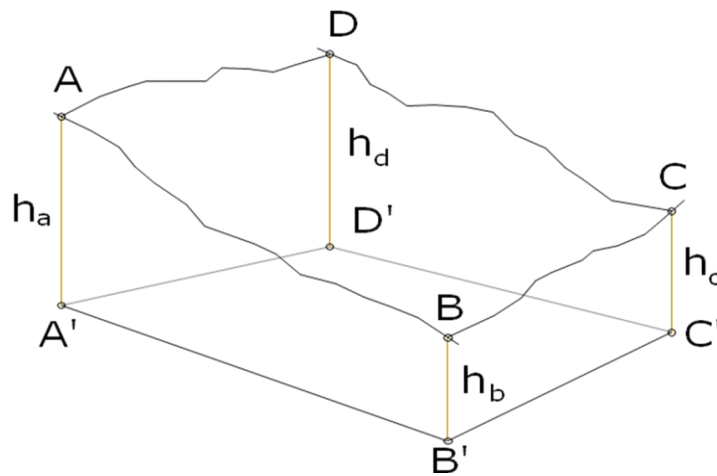
Ova metoda se koristi kod proračuna zemljanih radova, kod nivelacije zemljišta, izgradnje trgova, parkirališta ili sportskih terena. Zapremina usjeka ili nasipa između dvije susjedne izohipse je:

$$V = \frac{A_i + A_{i+1}}{2} * h$$

Gdje su  $A_i$  i  $A_{i+1}$  površine usjeka ili nasipa između susjednih izohipsi a  $h$  ekvidistanca.

## 7.5 Računanje zapremine pomoću mreže pravilnih geometrijskih figura

Ova metoda se primjenjuje najčešće za računanje kubatura masa pri nivelaciji terena za potrebe gradnje aerodroma, igrališta ili uređenja terena površine većih dimenzija. Projektovana ravan se usvaja za bazu tijela čija se zapremina određuje. Ona se obično izdijeli na mrežu kvadrata, pravougaonika ili trouglova čije se visine tjemena  $h_i$  određuju direktno na terenu. Ova tjemena treba materijalizovati drvenim kočicama i na skici numerisati brojeve i upisati dužine stranica. Podjela se obično izvodi tako da jedna stranica ima smjer glavnog podužnog a druga smjer poprečnog nagiba. Ova mreža tačaka na terenu formira skup četvorostranih (Slika 11) ili trostranih prizmi sa zajedničkom bazom na projektovanoj visini  $H_0$ . Kada donja površ nije horizontalna ravan, za površinu svake figure se računa zapremina od neke fiktivne horizontalne ravni do donje i gornje površi a razlika tih zapremina je tražena zapremina.



Slika 11. Računanje zapremine pomoću mreže pravilnih figura

Na Slici 11 zapremina tijela između dvije površi se dobija kao:

$V = P_{A'B'C'D'} * h_{sr}$  gdje je:

$$h_{s,r} = \frac{h_a + h_b + h_c + h_d}{4}$$

Zapremina svakog zasebnog dijela (ćelije) računa se osrednjavanjem njihovih relativnih visina  $h_i = H_i - H_0$  i množenjem sa površinom osnove:

$$h_{s,j} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k h_i \quad k = 3 \text{ ili } 4$$

$$V_j = h_{s,j} * P$$

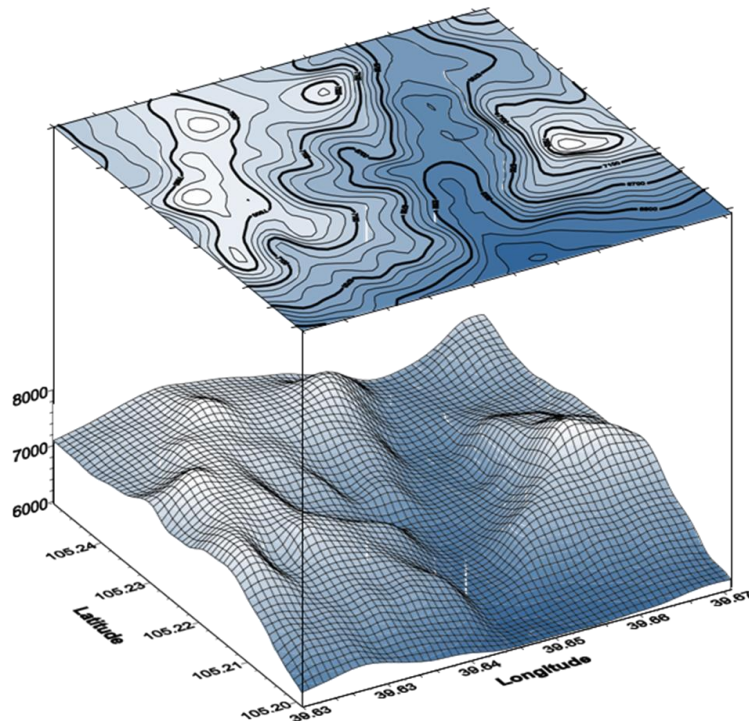
Ukupna zapremina se dobija sumiranjem zapremina svih prizmi.

Ova formula predstavlja numeričko rješenje za računanje zapremina ograničenim terenom sa jedne i projektovane ravni sa druge strane na osnovu DMT podataka. Veća gustina tačaka na terenu podrazumijeva i tačnije izračunatu kubaturu.

## 7.6 Računanje zapremina iz digitalnog modela terena

Konvencionalne metode određivanja zapremina bazirane su na primjeni približnih formula, jer je primjena tačnih formula bila komplikovana. Danas, u eri PC računara nema potrebe da se koriste približne formule, već je potrebno koristiti tačne formule za računanje zapremina. Ekspanzija informacionih tehnologija dovela je do razvoja velikog broja programskih paketa za 3D projektovanje, modeliranje i integraciju prostornih baza podataka. Primjena pomenutih programskih paketa je veoma zastupljena u geodeziji. Neki od najpoznatiji programskih paketa su: *AutoCad Civil 3D*, *Gavran Civil Modeller*, *ArcGIS*, *Pythagoras*, *TopoCad* i drugi. Primjenom pomenutih programskih paketa mogu se veoma jednostavno odrediti zapremine.

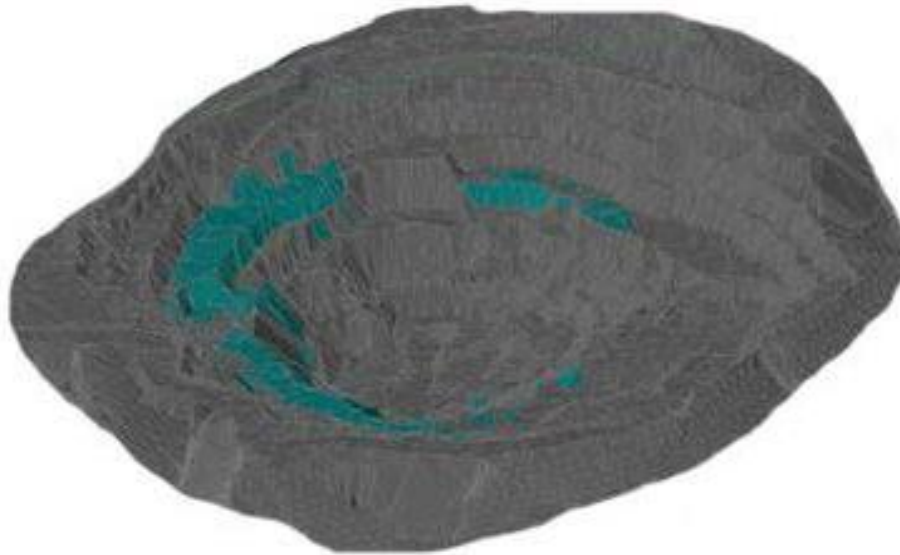
Ovi programi omogućavaju kreiranje digitalnih modela terena u formi grida (Slika 12) i TIN-a. TIN algoritam je baziran na Deloneovoj triangulaciji. Površ terena se predstavlja prostornim trouglovima čija su tjemena tačke prikupljene prilikom geodetskog snimanja terena. Za kreiranje digitalnih modela terena pored tačaka, mogu se koristiti strukturne linije, izohipse i objekti uz uslov da je definisan njihov položaj u prostoru. Prilikom kreiranja DMT-a potrebno je odabrati tip modela, lejer na kojem će biti prikazan i stil prikaza modela. Za definisanje stila prikaza vrši se odabir elemenata koji će biti prikazani (tačke, izohipse, trouglovi i slično) i definiše ekvidistancija izohipsi.



Slika 12. Računanje zapremine pomoću digitalnog modela terena grid metodom

Za potrebe određivanja zapremina, u programskim paketima, neophodna su dva digitalna modela terena (bazno i novo stanje). Digitalni modeli terena moraju biti poziciono jedan iznad drugog, pri čemu se jedan usvaja kao baza a drugi kao novo stanje.

Preklapanjem dva digitalna modela terena veoma jednostavno se mogu uočiti promjene terena (Slika 13). Tačnost određivanja zapremina je uslovljena tačnošću kreiranih digitalnih modela terena baznog i novog stanja.

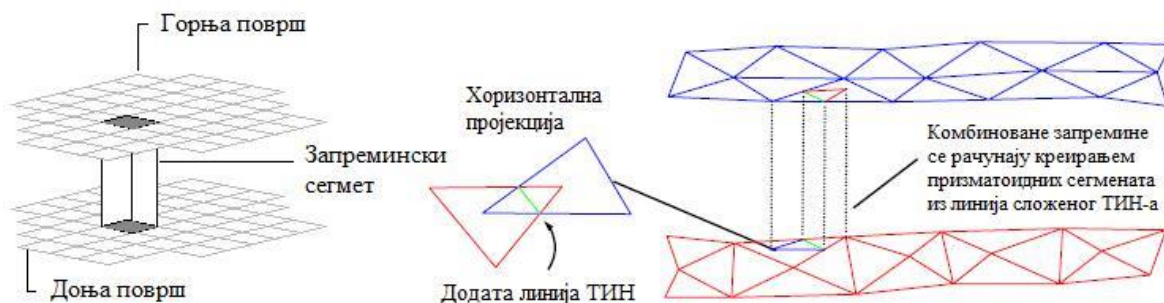


Slika 13. Preklapljeni model baznog (zelena boja) i novog stanja (siva boja)

Veliki broj metoda za određivanje zapremina se bazira na računanju zapremina sabiranjem pojedinačnih zapremina prizmi koje se dobiju kao geometrijske figure sa osnovom kvadrata, pravougaonika ili trougla. Dvije najpoznatije metode su grid metoda (Grid method) i kombinovana metoda (Composite method).

Grid metoda računanja zapremina se bazira na računanju zapremina pojedinačnih prizmi sa osnovom kvadrata ili pravougaonika (Slika 12 i Slika 14).

U čvornim tačkama se interpoluju visine na dvije definisanje površi i odrede visinske razlike koje se koriste kao visine prizmi u pojedinim čvorovima. Interpolacija je najčešće linearna, a može se koristiti i drugi matematički model. Ova metoda daje tačnije rezultate za manje dimenzije osnove grida. Neophodno je da osnova bude manja od prosječne površine trougla kod TIN strukture. Ako neki čvor grida pada van definisanih površi onda se ta ćelija odbacuje.



Slika 14. Grid metoda (lijevo) i kombinovana metoda (desno)

Kombinovana metoda je bazirana na formiranju novog TIN-a koji se dobije u presjeku dva postojeća TIN-a (Slika 14). Visine tačaka se interpoluju na jednoj i drugoj površi u vrhovima novih trouglova. Tačnost interpolacije visina čvorova zavisi od tačnosti visina tačaka između kojih se vrši interpolacija. Na osnovu razlike tih visina kreira se novi digitalni model terena pomoću kojeg se određuje zapremina.

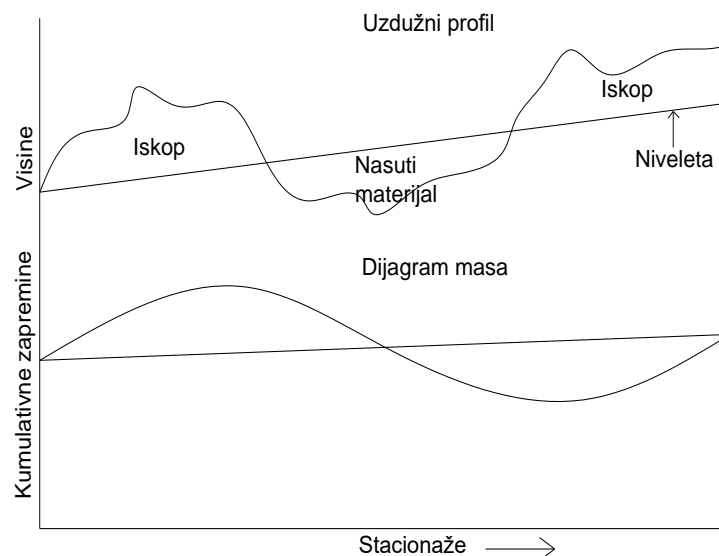
Računanje zapremine se svodi na računanje pojedinačnih zapremina prizmi sa osnovom trougla.

## 7.7 Dijagram izravnanja zemljanih masa

Po nekim istraživanjima kod izgradnje novih saobraćajnica nižeg reda zemljani radovi skupa sa transportom masa učestvuju u cijeni izgradnje puta od 40% do 70% a u tome samo troškovi transporta masa učestvuju sa 10% do 30% zavisno od količine masa i njihove transportne dužine. Optimalna rješenja za sve zemljane radove predviđaju izravnanje kubatura iskopa sa kubaturama nasipa.

Iz ovih razloga prilikom projektovanja saobraćajnica, projektanti nastoje da izbalansiraju zapreminu nasipanog i iskopanog materijala iz ekonomskih razloga. Nasipi i iskopi ne mogu se precizno izbalansirati iz više razloga, kako zbog ograničenja koji utiču na geometriju saobraćajnica, tako i zbog drugih efekata, kao što je razlika u kubaturama između iskopanog i nasutog materijala koja se izražava koeficijentom rastresitosti. Ova je razlika najveća kod izminiranih stijenskih masa koje se poslije iskopa u rastresitom stanju ugrađuju u nasip ili posteljicu (gdje se zapremina povećava za 10-20%). Skupljanje nastaje kada se iskopani materijal prenijet na drugu lokaciju radi nasipanja nabija, što smanjuje njegovu zapreminu. Efekti nabijanja su izraženiji kod materijala kao što su mulj, gline i ilovača nego kod zrnastih materijala kao što su pijesak i šljunak.

Grafičkim prikazom kumulativnih usjeka (pozitivne vrijednosti) i nasipa (negativne vrijednosti) na dijagramu izravnanja zemljanih masa projektant može da utvrdi zapreminu iskopanog materijala ili materijala neophodnog za nasipanje mjerom koja predstavlja proizvod tih masa i transportne dužine (Slika 15).



Slika 15. Dijagram izravnanja zemljanih masa